## シュテファン - ボルツマンの法則　Stefan（1835 ～ 93）・ Boltzmann（1844 ～ 1906）

物質を塊として巨視的に見た場合、物質は、その表面温度（絶対温度）の４乗に比例して、電磁波としてエネルギーを放出する。

黒体が出す熱放射エネルギーの総量は、その絶対温度をＴとするとＴ $^4$ に比例するという法則。

黒体の単位面積から単位時間に放射される電磁波のエネルギーを、すべての波長について総計したものをＳとすると、$S = \sigma T^4$ と書ける。　（S：放射強度）

この比例定数σ（ｼｸﾞﾏ）をシュテファン - ボルツマンの定数といい、

σ（ｼｸﾞﾏ）$= 5.67032 \times 10^{-8}$（$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$）　で表される。

ボルツマンが証明したのは S が $T^4$ に比例するということまでであったが、このころから熱放射の研究が盛んになり、量子論誕生の動機となった。その結果、σの値は、黒体放射と空洞放射とが等しいことを用い、空洞放射に対するプランクの放射公式を使えば　$\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 c^2 h^3$　で与えられることがわかった。

$$\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 c^2 h^3$$

（ｋ：ボルツマン定数、ｃ：光速、　ｈ：プランク定数）

【問題】

日本の年間一次エネルギー消費を、約 $2.277 \times 10^{19}$ J として、これを日本の平地面積約 $1.14 \times 10^{11}$ $m^2$　で消費しているものとして考え、さらに都市部は平地の約５倍として、都市部での地表温度を算出しなさい。

ただし、太陽放射に直交する面に投影された、地球表面が受け取る太陽放射の平均量は、0.49（㎈/㎠・min）とする。また、平均地表温度は、15 ℃とする。

【参考】太陽定数 1.96（㎈/㎠・min）

【解答】

$E = \sigma T^4$　（E：放射強度，σ（ｼｸﾞﾏ）：シュテファン - ボルツマン定数，T：絶対温度）

$$E = \sigma T^4 = \underbrace{5.67 \times 10^{-8}}_{(W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4})} \times \underbrace{(273 + 15)^4}_{K^4} = \underbrace{390}_{J \cdot S^{-1} \cdot m^{-2}\ (W/m^2)}$$

【参考】

（太陽放射に直交する面に投影された）地球表面が受け取る太陽放射の平均量 0.49（㎈/㎠・min）は、

0.49（㎈/㎠・min）≒　342　（$w/m^2$）

$$0.49(㎈/㎠・min) = \frac{0.49㎈}{1㎠ \cdot 1min} = \frac{(0.49 \times 4.19)\ J}{10^{-4} m^2 \cdot 60\ s} \fallingdotseq 342.18\ (w/m^2) \qquad \because\ 1\ cal = 4.19\ J$$

$$\frac{390\ (w/m^2)}{342\ (w/m^2)} = \frac{X}{100}$$

X ≒ 114 …… 342 を 100としたときの、15℃における放射強度。

日本の都市部でのエネルギー消費から見積もった、地表での放射エネルギー増加量（ΔE）は、$2.277 \times 10^{19}$ J（日本の年間一次エネルギー消費量）を、$1.14 \times 10^{11}$ $m^2$（日本の平地面積）で消費するとして、

$$\frac{2.277 \times 10^{19}}{1.14 \times 10^{11} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} \fallingdotseq 6.3 \quad (w/m^2)$$

6.3（$W/m^2$）は平均値であるから､都市部は仮に５倍として 31.5（$W/m^2$）とし､ $E = \sigma T^4$ 式に代入すると

$$E = \sigma T^4$$

$$\underbrace{(390 + 31.5)}_{15℃における放射強度。}(W \cdot m^{-2}) = 5.67 \times 10^{-8} (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}) \times T^4 \ (K^4)$$

$$\therefore \quad T^4 = \frac{421.5 \times 10^8}{5.67}$$

$$\therefore \quad T \fallingdotseq 293.6_{(K)} = (203.6 - 273)_{℃} = 20.6_{℃}$$

よって、（ 20.6 －15 ＝ 5.6 ）　5.6 ℃ の気温上昇になる。