

偏微分

……変数が2つ以上あるとき、1つを変数とし、他の変数を固定して行う微分

記号をdの代わりに∂(ラウンド・ディー, デル)を使って、偏微分を区別する。
着目する変数以外は定数と見なして微分すればよい。

例題

$$y = 2x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \quad \text{を偏微分すると、}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 4x_1 + x_2, \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 2x_2 + x_1$$

状態方程式の微分形

$$PV = nRT \quad \therefore V = \frac{(nR)_{一定} T}{P}$$

上記の式を次のように表す

V(T,P)……VはT,Pの関数

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP$$

この式は、何を意味するかを確認してみよう！

$$\Delta V = V(T + \Delta T, P + \Delta P) - V(T, P) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①式は、温度と圧力がわずかに変化することで、体積もわずかに変化したことを表している。

①の式変形を行うと

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(T + \Delta T, P + \Delta P) - \underbrace{V(T, P + \Delta P)} + \underbrace{V(T, P + \Delta P)} - V(T, P) \\ &= \frac{V(T + \Delta T, P + \Delta P) - V(T, P + \Delta P)}{\Delta T} \Delta T + \frac{V(T, P + \Delta P) - V(T, P)}{\Delta P} \Delta P \end{aligned}$$

圧力を固定し、温度による微分を行っている(偏微分)

温度を固定し、圧力による微分を行っている(偏微分)

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad \dots\dots (1)$$

このような表現を完全微分(全微分)という。

次に

$$PV = (nR)T \quad \therefore T = \left(\frac{1}{nR} \right)_{一定} PV$$

T(P,V)……TはP,Vの関数

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V dP + \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV \quad \dots\dots (2)$$

同様にして

$$P = (nR)_{一定} \frac{T}{V}$$

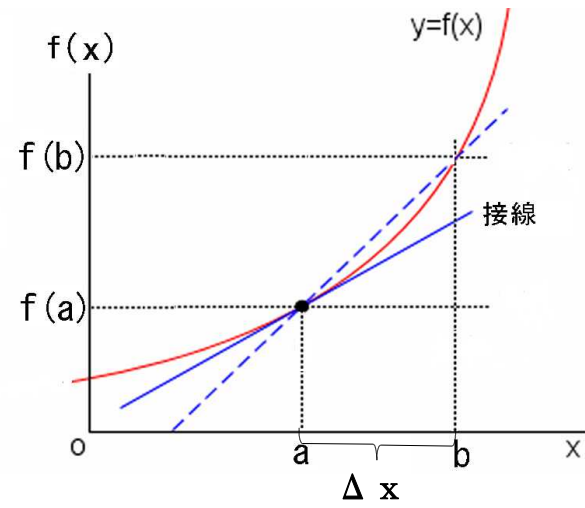
P(T,V)……PはT,Vの関数

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T dV \quad \dots\dots (3)$$

(1), (2), (3)式は、等価な式(本質的には、同じ式)である。

ケースバイケースで適切な式を用いればよい。

微分について



微分とは

変化量を求めること。

微分した結果により、関数が増えているのか減っているのかが分かる。

微分した結果がプラスの数だったら増加している変化。

微分した結果がマイナスの数だったら減少している変化。

微分した結果が0ならば、変化なし。

時間経過にともなって変化する関数の増減を調べるために微分を行う。

$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$= f'(x) \quad \dots\dots \text{微分の定義式}$$