クラウジウスによる熱力学的エントロピー

$$Q = \int_{V1}^{V2} P\,dV$$

$$= \int_{V1}^{V2} \frac{nRT}{V}\,dV \qquad (\because\ PV = nRT)$$

$$= nRT \int_{V1}^{V2} \frac{1}{V}\,dV$$

$$= nRT \Big[\ell n V \Big]_{V1}^{V2}$$

$$= nRT(\ell n V_2 - \ell n V_1)$$

$$= nRT\left(\ell n \frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$= nRT\,\ell n \frac{V_2}{V_1}$$

$$\boxed{\therefore\ \frac{Q}{T} = nR\ \ell n \frac{V_2}{V_1}}$$

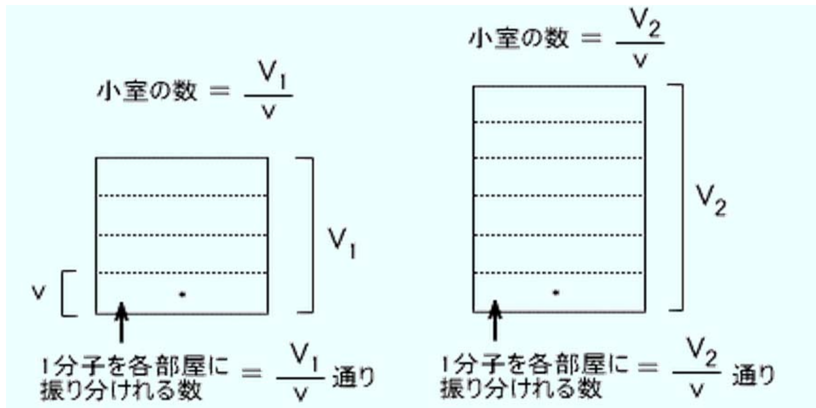
$\frac{V_2}{V_1}$ は状態量、エントロピーの単位は（J／K）

ボルツマンよるミクロに定義されたエントロピー

$$S = k\,\ell n W$$

k：ボルツマン定数
S：エントロピー
W：微視的状態数（状態確率）
　ミクロ的な状態の数

W……空間に仮想的な仕切りを考えて、『粒子が、どちらの部屋に入るか』という確率的な場合の数



$V_2 = 2V_1$　のとき

$$S = k\,\ell n W$$

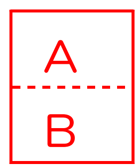
$$= k\,\ell n\, 2^{nN_0}$$

n：モル数　　N_0：アボガドロ数

$$= k\,\ell n\, 2^{N}$$

N：nモルの粒子数

2^N ……体積が２倍になったとして、仮想的な仕切りを考えて、A側またはB側のどちら側に、粒子が存在するかを（入るかを）考えたときの場合の数。



それぞれの粒子について、A側に入るか、B側に入るかの２通りの場合がある。

$$\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times \cdots\cdots 2}^{N個} = 2^N \text{ 通り}$$

クラウジウスのエントロピーとボルツマンのエントロピーの同一性

$V_2 = 2V_1$ のとき

$$\frac{Q}{T} = nR\,\ell n\frac{V_2}{V_1}$$ （n ：モル数）

$$= nR\,\ell n\frac{2V_1}{V_1}$$ $\left(\because\ V_2 = 2V_1\right)$

$$= n\,(N_0 k)\,\ell n\,2$$ $\left(\because\ R = N_0 k\right)$

N_0 ：アボガドロ数
k ：ボルツマン定数

$$= k\,\ell n\,2^{nN_0}$$

$$= k\,\ell n\,2^{N}$$

N ：n モルの粒子数

$N = nN_0$

$S_A = k\,\ell n\,W_A$

$S_B = k\,\ell n\,W_B$

$$S_A + S_B = k\,\ell n\,W_A + k\,\ell n\,W_B$$
$$= k\left(\ell n\,W_A + \ell n\,W_B\right) = k\,\ell n\,(W_A \times W_B)$$

エントロピーは、加算することができる。
⇒　エントロピーは、示量性である。