クラウジウスによる熱力学的エントロピー

$$Q = \int_{V1}^{V2} P\,dV$$

$$= \int_{V1}^{V2} \frac{nRT}{V}\,dV \qquad (\because\ PV = nRT)$$

$$= nRT \int_{V1}^{V2} \frac{1}{V}\,dV$$

$$= nRT \Big[\ell n V \Big]_{V1}^{V2}$$

$$= nRT(\ell n V_2 - \ell n V_1)$$

$$= nRT(\ell n \frac{V_2}{V_1})$$

$$= nRT \ell n \frac{V_2}{V_1}$$

$$\boxed{\therefore \frac{Q}{T} = nR\ \ell n \frac{V_2}{V_1}}$$

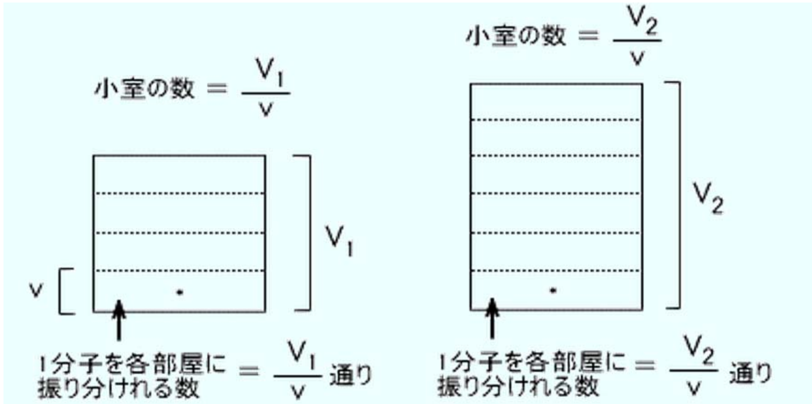
$\frac{V_2}{V_1}$ は状態量、エントロピーの単位は（J／K）

ボルツマンよるミクロに定義されたエントロピー

$$S = k \ell n W$$

k ：ボルツマン定数
S ：エントロピー
W ：微視的状態数（状態確率）
　ミクロ的な状態の数

W……空間に仮想的な仕切りを考えて、『粒子が、どちらの部屋に入るか』という確率的な場合の数



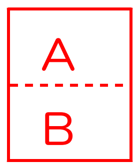
$V_2 = 2V_1$ のとき

$$S = k \ell n W$$

$$= k \ell n 2^{nN_0}$$ 　n：モル数　N_0：アボガドロ数

$$= k \ell n 2^{N}$$ 　N：nモルの粒子数

2^N ……体積が２倍になったとして、仮想的な仕切りを考えて、Ａ側またはＢ側のどちら側に、粒子が存在するかを（入るかを）考えたときの場合の数。



それぞれの粒子について、Ａ側に入るか、Ｂ側に入るかの２通りの場合がある。

$$\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times \cdots\cdots 2}^{N\text{個}} = 2^N \text{ 通り}$$

クラウジウスのエントロピーとボルツマンのエントロピーの同一性

$V_2 = 2V_1$ のとき

$$\frac{Q}{T} = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$$ （n：モル数）

$$= nR\ln\frac{2V_1}{V_1}$$ $(\because\ V_2 = 2V_1)$

$$= n(N_0 k)\ln 2$$ $(\because\ R = N_0 k)$

N_0：アボガドロ数

k：ボルツマン定数

$$= k\ln 2^{nN_0}$$

$$= k\ln 2^{N}$$

N：nモルの粒子数

$N = nN_0$

$$S_A = k\ln W_A$$

$$S_B = k\ln W_B$$

$$S_A + S_B = k\ln W_A + k\ln W_B$$

$$= k\left(\ln W_A + \ln W_B\right) = k\ln(W_A \times W_B)$$

エントロピーは、加算することができる。

⇒　エントロピーは、示量性である。