

## 遂行係数 (成績係数)

熱は高温の物体から低温の物体に流れは自然に起こるが、その逆方向に流すには特別な機構が必要である。冷凍空間から熱を奪うことによってその空間を低温に保つ装置を冷凍機という。またより低温の空間から熱を吸収して暖房空間を高温に保つ装置を熱ポンプ (ヒートポンプ) という。これらの装置は熱力学的なサイクルによって実現される。

動力サイクルの場合は熱効率  $\eta$  (thermal efficiency) によりその性能が評価されるが、冷凍機 (対象を冷やす) や熱ポンプ (対象を暖める) は、遂行係数  $c.p.$  (coefficient of performance) で評価される。

動力機関  $\eta \equiv \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$

熱力学第一法則  
 $W = Q_H - Q_L$

動力熱機関では、熱機関が吸収した熱量に対して、外部にした仕事の割合が大きいほど良い機関である。

冷凍機  $c.p._{\text{冷凍機}} \equiv \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{\frac{Q_H}{Q_L} - 1}$

熱力学第一法則  
 $W = Q_H - Q_L$

熱ポンプ  $c.p._{\text{熱ポンプ}} \equiv \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}}$

一方、冷凍機や熱ポンプは、最小の仕事で最大の熱移動を生み出すことが目的なので、遂行係数が大きいほど良い機関である。このとき定義から明らかなように、遂行係数は1よりも大きくなり得る。 $T_H$ や $T_L$ の値にもよるが、実際の冷凍機やヒートポンプは遂行係数が2~3で運転されている。

また、両遂行係数間には

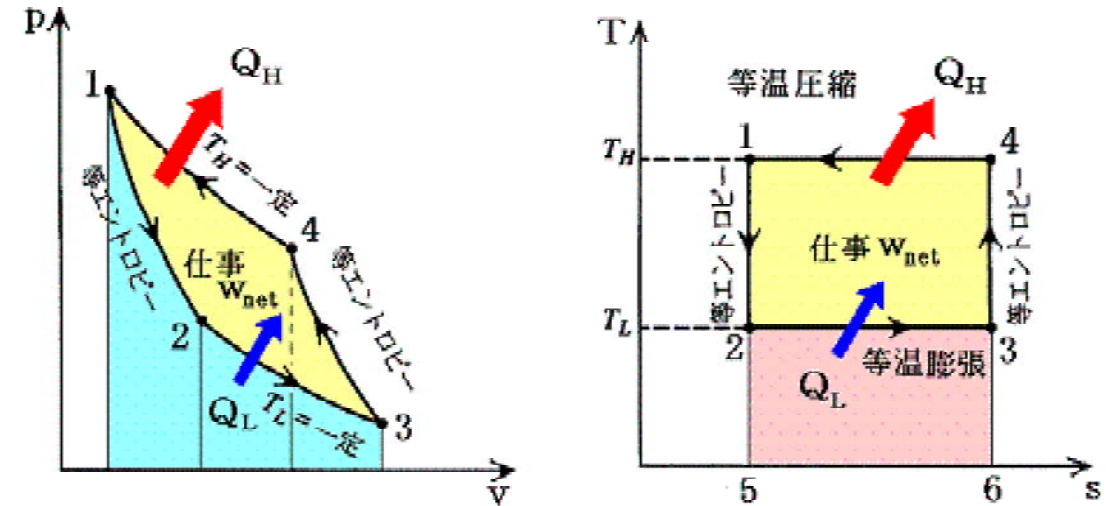
$$\begin{aligned} c.p._{\text{熱ポンプ}} - c.p._{\text{冷凍機}} &= 1 \\ c.p._{\text{熱ポンプ}} &= c.p._{\text{冷凍機}} + 1 \end{aligned}$$

の関係がある。

よって、  
冷凍機の遂行係数の値は必ず正の値だから熱ポンプの遂行係数の値は必ず1よりも大きくなる。

## 逆カルノーサイクル

カルノーサイクルは高温と低温の熱浴と等温的に熱のやりとりをする過程を二つの断熱過程 (等エントロピー過程) でつないだ全可逆サイクルである。  
よって、カルノーサイクルを逆に運転すれば冷凍機やヒートポンプとして作動する。



$T-s$  図において、 $Q_H = [\text{四角形1564の面積}]$ 、 $Q_L = [\text{四角形2563の面積}]$ 、  
仕事  $w = [\text{四角形1234の面積}]$  である

熱力学第二法則により、温度  $T_H$  の高温熱源と、 $T_L$  の低温熱源の間で作動する冷凍機・熱ポンプとして逆カルノーサイクルは「最も遂行係数の良い冷凍機・熱ポンプ」となる。遂行係数は熱源の絶対温度を用いて次のように表わすことができる。

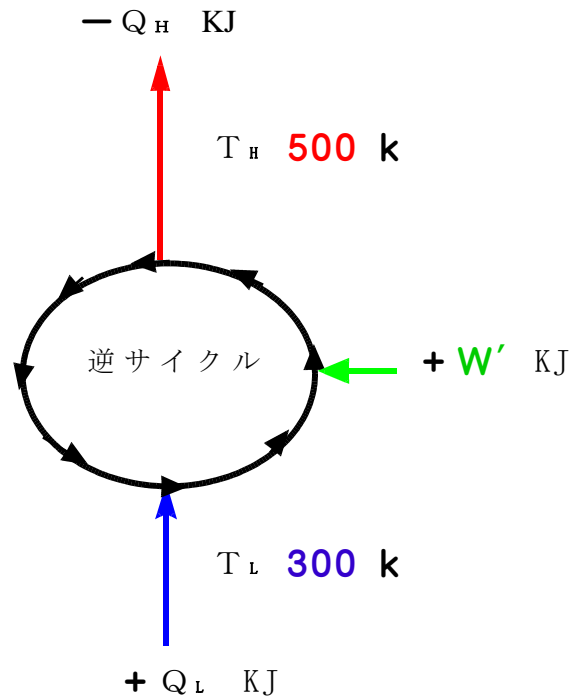
$$\begin{aligned} c.p._{\text{冷凍機 Carnot}} &\equiv \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{\frac{Q_H}{Q_L} - 1} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \\ &\quad \text{熱力学第一法則 } W = Q_H - Q_L \quad \text{熱力学第二法則 (カルノーの原理) } \frac{Q_L}{Q_H} \equiv \frac{T_L}{T_H} \\ c.p._{\text{熱ポンプ Carnot}} &\equiv \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \end{aligned}$$

遂行係数の値は、温度差が少なくなる ( $T_L$  がより高く、 $T_H$  がより低く) に従って大きくなる。つまり外界と対象物 (対象の部屋) との温度差が小さくなれば加える仕事と同じでもより多くの熱を移動させることができる。

また、熱ポンプの遂行係数は必ず1より大きくなる。

## 逆(カルノー)サイクル・ヒートポンプの熱効率 $\eta$

低熱源(300K)から熱機関が  $Q_L$  KJの熱量をもらい、また外部から  $W'$  KJの仕事をされたとき、500Kにおいて外部へ熱量  $Q_H$  KJ 放出した。



$+Q_L$  ……+(プラス) 内部へ吸収  
 $-Q_H$  ……-(マイナス) 外部へ放出

循環過程において、外部から力学的仕事を加えることにより、低熱源(内部)から熱を奪い、高熱源(外部)に熱を放出することが可能である。そのときの熱効率  $\eta$  (イータ)は、

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \text{ である。}$$

PVはエネルギー、RTもエネルギー。

$$\boxed{PV} = n \boxed{RT}$$

エネルギー                      エネルギー                      気体  $n$  molのエネルギー

$$\begin{array}{ccccccc} P & V & = & n & R & T & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \text{Pa} & \text{m}^3 & & \text{mol} & \text{J/mol}\cdot\text{K} & \text{K} & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \underbrace{N/\text{m}^2 \times \text{m}^3}_{= N \text{ m} = \text{J (ジュール)}} & & & & \underbrace{\text{J/mol}\cdot\text{K}}_{\text{J (ジュール)}} & & \end{array}$$

## 逆カルノーサイクルの熱効率 $\eta$ (イータ)

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{|+W'|}{|-Q_H|} = \frac{|-Q_H| - |+Q_L|}{|-Q_H|} \\ &= 1 - \frac{|+Q_L|}{|-Q_H|} \\ &= 1 - \frac{P_L V_L}{P_H V_H} \\ &= 1 - \frac{(nR)_{\text{定}} \cdot T_L}{(nR)_{\text{定}} \cdot T_H} \\ &= 1 - \frac{T_L}{T_H} \end{aligned}$$

$W'$ ,  $Q$ ,  $PV$ ,  $RT$ の単位はJ(ジュール)であり、エネルギーを表す。

密閉されたシリンダー内の理想気体の量  $n$  は一定だから定数であり、 $R$ も定数だから  $(nR)$  は定数である。

分子、分母の定数  $(nR)$  は相殺される。

例) 低熱源  $27^\circ\text{C}$  , 高熱源  $227^\circ\text{C}$  のとき

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{273+27}{273+227} \\ &= 1 - \frac{300}{500} \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

## ヒートポンプの遂行係数

$$\begin{aligned}
 \text{C.P}_{\text{ヒートポンプ}} &= \frac{Q_H}{W} \\
 &= \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} \\
 &= \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}} \\
 &= \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} \\
 &= \frac{1}{\eta}
 \end{aligned}$$

ヒートポンプは、最小の仕事で最大の熱移動を生み出すことが目的なので、遂行係数の値が大きいほど性能の良い熱機関である。よって、上式より $\eta$ の値が小さいほど性能の良いヒートポンプである。

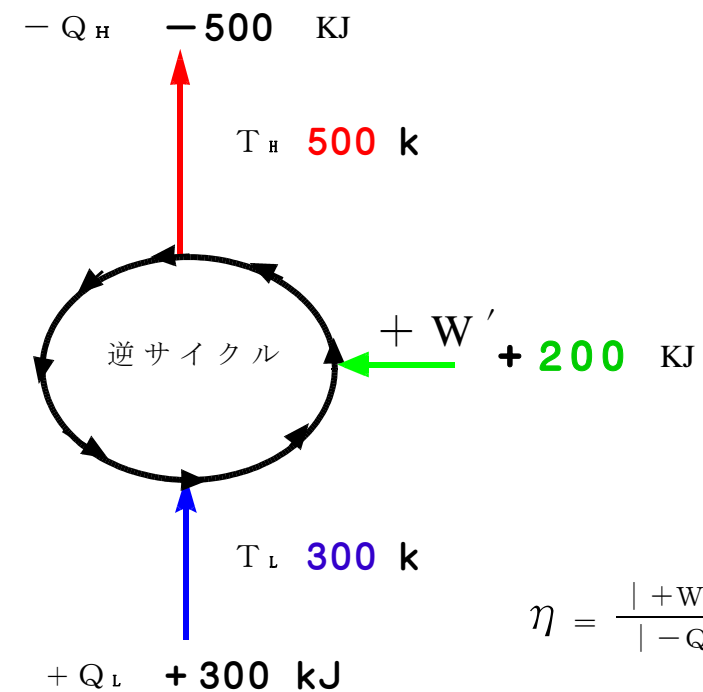
## ヒートポンプの熱効率 $\eta$ とエントロピー

### 【問題A】

外部から200 KJの仕事がなされ、500K において外部へ放出した熱量 $Q_H$ は500 KJであった。低熱源(300K)から熱機関が奪った熱量 $Q_L$ を求めなさい。

熱力学第一法則：熱力学でもエネルギー保存の法則は成り立つ。

$$\text{よって、} X(\text{KJ}) + 200(\text{KJ}) = 500(\text{KJ}) \quad \therefore X = 300(\text{KJ})$$



$$\eta = \frac{|+W'|}{| -Q_H |} = \frac{200}{500} = 0.4$$

### 【問題B】

熱効率 $\eta = 0.4$  ( $T_H$  500 k ,  $T_L$  300 k ) のとき、全体のエントロピーはどれだけ増加したか？

$$S_1 = \frac{|+Q_L|}{T_L} = \frac{300 \text{ KJ}}{300 \text{ K}} = \frac{300000 \text{ J}}{300 \text{ K}} = 1000 \text{ J/K}$$

$$S_2 = \frac{|-Q_H|}{T_H} = \frac{500 \text{ KJ}}{500 \text{ K}} = \frac{500000 \text{ J}}{500 \text{ K}} = 1000 \text{ J/K}$$

$$\text{よって、} \Delta S = S_2 - S_1 = 1000 - 1000 = 0 \text{ (J/K)}$$

(全体のエントロピーの増加はない。)

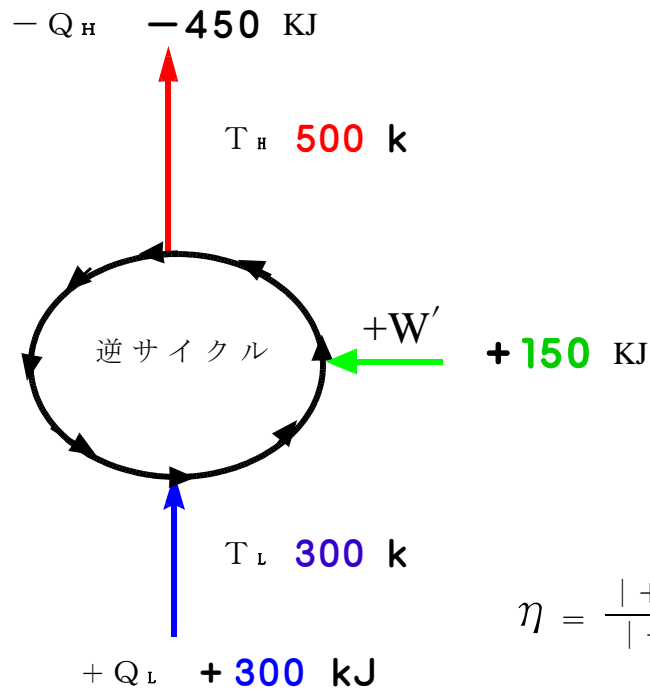
# ヒートポンプ(逆サイクル)の熱効率 $\eta$ と遂行係数

## 【問題 1】

外部から 150 KJの仕事がなされ、500K において外部へ放出した熱量  $Q_H$  は 450 KJであった。低熱源(300K)から熱機関が奪った熱量  $Q_L$ を求めなさい。

熱力学第一法則： 熱力学でもエネルギー保存の法則は成り立つ。

$$\text{よって、} X \text{ (KJ)} + 150 \text{ (KJ)} = 450 \text{ (KJ)} \quad \therefore X = 300 \text{ (KJ)}$$



$$\eta = \frac{|+W'|}{| -Q_H |} = \frac{150}{450} \doteq 0.33$$

## 【問題 2】

熱効率  $\eta = 0.33$  ( $T_H$  500 k ,  $T_L$  300 k ) のとき、

全体のエントロピーはどれだけ増加したか？

$$S_1 = \frac{|+Q_L|}{T_L} = \frac{300 \text{ KJ}}{300 \text{ K}} = \frac{300000 \text{ J}}{300 \text{ K}} = 1000 \text{ J/K}$$

$$S_2 = \frac{|-Q_H|}{T_H} = \frac{450 \text{ KJ}}{500 \text{ K}} = \frac{450000 \text{ J}}{500 \text{ K}} = 900 \text{ J/K}$$

$$\text{よって、} \Delta S = S_2 - S_1 = 900 - 1000 = -100 \text{ (J/K)}$$

(全体のエントロピーは、100 (J/K) 減少した。)

エントロピーの増大とは、エネルギーの質の低下を意味し、逆に

エントロピーの減少とは、エネルギーの質の向上を意味している。

ヒートポンプの熱効率が、0.4から0.33に変化したとき、

$$\text{遂行係数は、} \frac{1}{\eta} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ から } \frac{1}{\eta} = \frac{1}{0.33} \doteq 3.03 \text{ に向上した。}$$

# 遂行係数 (coefficient of performance)

熱は高温の物体から低温の物体に流れは自然に起こるが、その逆方向に流すには特別な機構が必要である。冷凍空間から熱を奪うことによってその空間を低温に保つ装置を冷凍機という。またより低温の空間から熱を吸収して暖房空間を高温に保つ装置を熱ポンプという。これらの装置は熱力学的なサイクルによって実現される。動力サイクルの場合は熱効率  $\eta$  (thermal efficiency) によりその性能が評価されるが、冷凍機(対象を冷やす)や熱ポンプ(対象を暖める)は、遂行係数 c.p (coefficient of performance)で評価される。

ヒートポンプは、最小の仕事で最大の熱移動を生み出すことが目的なので、遂行係数 (c.p) の値が大きいほど性能の良い熱機関である。

$$\begin{aligned} \text{C.P.}_{\text{ヒートポンプ}} &= \frac{Q_H}{W} \\ &= \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} \\ &= \frac{1}{\eta} \end{aligned}$$

動力熱機関では、熱機関が吸収した熱量に対して、外部にした仕事の割合が大きいほど性能の良い熱機関である。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} \\ &= 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \\ &= 1 - \frac{T_L}{T_H} \end{aligned}$$

『性能が良い』と『実用的である』は一致しない。

『実用的である』は、単位時間あたりのエネルギー吸収量(or 放出量)を重要視している。