断熱可逆膨張

②. B ⟶ C（断熱可逆膨張）

体積 $V_1 \longrightarrow V_2$ に膨張 、 温度は $T_H \longrightarrow T_L$ となる。
$Q=0$ 、内部エネルギーは減少，温度は下がる。

$$-W_{B\to C} = -|U_H - U_L| = -\underbrace{|\Delta U|}_{\text{減少する}}$$

仕事をした分だけ、内部エネルギーは減少する。理想気体の温度は、内部エネルギーで決まるので、温度は低下する。

※ $dU = nC_V\,dT$

$$W_{B\to C} = |\Delta U| = \int_{T_H}^{T_L} nC_V\,dT$$

$$= nC_V \int_{T_H}^{T_L} 1\ dT$$

$$= nC_V [T]_{T_H}^{T_L}$$

$$= nC_V (T_L - T_H) \qquad (<0)$$

マイナス………外部に仕事をする。

$$\boxed{\therefore\ W_{B\to C} = nC_V (T_L - T_H) \qquad (<0) \qquad \text{……外部に仕事をする。}}$$

なぜならば、 $T_L - T_H < 0$ ∴ $nC_V (T_L - T_H) < 0$

断熱膨張での、※ $dU = nC_V\,dT$ の証明

$U(T,V)$……UはT,Vの関数

$$\Downarrow$$

$$\boxed{dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV}$$

dUの定義式の全微分をとると（内部エネルギーは、TとVの関数と考え、全微分をとると）

$$dU = \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV\right\}$$

$$= \overset{※1}{nC_V\,dT} + \overset{※2}{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T} dV$$

$$= nC_V\,dT$$

※1

$$C_V = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \qquad \text{……（定積比熱の定義から）}$$

$$\therefore \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = nC_V\,dT$$

※2

Tが一定（$\Delta T=0$）のとき、内部エネルギーUは一定（$\Delta U=0$）だから、$\partial U=0$。

よって

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV = 0$$

である。

ゆえに ※ $dU = nC_V\,dT$ が証明された。